

ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Задание для факультета ИБМ.

Общее условие задачи.

Исследуется движение механической системы из трех твёрдых тел: груза 1, блока 2 и катка 3, соединённых невесомыми нерастяжимыми нитями. Катки и блоки представляют собой либо однородные цилиндры, либо двухступенчатые цилиндры. В последнем случае кроме радиусов r и R ступеней задан радиус инерции тела ρ относительно оси, проходящей через центр масс. Трением на оси блока и скольжением нитей по блоку и катку пренебречь. Каток катится без проскальзывания по шероховатой поверхности, испытывая при этом действие трения качения. Система приходит в движение из состояния покоя. При этом груз 1 совершает поступательное прямолинейное движение, блок 2 – вращательное движение, а каток 3 – плоскопараллельное движение. На основании общих теорем динамики определить:

- 1) ускорение груза 1,
- 2) натяжение нитей,
- 3) давление на ось O блока 2,
- 4) силу трения между катком 3 и рельсами,
- 5) кинематические уравнения движения катка 3.

Подробные условия каждой задачи и рисунки к ним приведены ниже. Числовые данные и частичные ответы приведены в таблице приложения. При окончательных расчетах принять $P = mg = 20 \text{ Н}$, $r = 0,15 \text{ м}$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Задачи № 1,2,3,4,13,14,15,16 25,26,27,28

Груз 1 весом P_1 , привязанный к невесомой нерастяжимой нити, опускается по гладкой плоскости, образующей угол β с горизонтом. Второй конец нити намотан на одну из ступеней двухступенчатого блока 2. Вес блока 2 равен P_2 ; центр тяжести блока 2 лежит в точке O на его оси вращения Oz_2 . На другую ступень того же блока и на одну из ступеней двухступенчатого катка 3 намотана другая невесомая нерастяжимая нить. Каток 3 весом P_3 катится без скольжения по двум параллельным рельсам, образующим угол α с горизонтом. (В задачах № 13,14,15,16,25,26,28 принять $\alpha = 0^\circ$). Центр тяжести катка 3 лежит в точке C на его оси Cz_3 . Блок 2 к каток 3 представляют собой двухступенчатые цилиндры радиусами ступеней r_2, R_2 и r_3, R_3 соответственно. Радиус инерции блока 2 относительно оси Oz_2 равен ρ_2 ; радиус инерции катка 3 относительно оси Cz_3 равен ρ_3 . (В задачах № 1, 25 каток 3 считать однородным цилиндром радиуса r_3 ; в задаче № 26 блок 2 считать однородным цилиндром радиуса r_2).

Задачи № 5,6,7,8,9,10,11,12

Груз 1 весом P_1 , опускается по гладкой плоскости, образующей угол β с горизонтом, и при помощи невесомой нерастяжимой нити, переброшенной через блок 2 и намотанной на одну из ступеней двухступенчатого катка 3, приводит в движение каток 3. Каток 3 весом P_3 катится без скольжения по двум параллельным рельсам, образующий угол α с горизонтом (в задачах № 9,10,11,12 принять $\alpha = 0^\circ$.) Каток 3 представляет собой двухступенчатый цилиндр с радиусами ступеней r_3 и R_3 . (В задаче № 12 каток 3 считать однородным цилиндром радиуса r_3 .) Центр тяжести катка 3 находится в точке C его оси Cz_3 , радиус инерции катка 3 относительно оси Cz_3 равен ρ_3 . Радиус блока 2 равен r_2 , вес блока P_2 , а масса блока равномерно распределена по его ободу. (В задачах № 9,10,11,12 блок 2 считать однородным цилиндром).

Задачи № 17,18,19,20 21,22,23,24

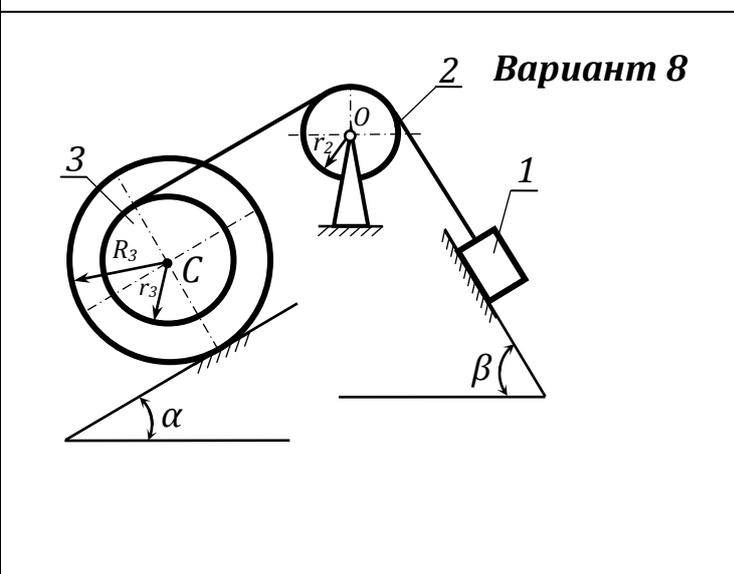
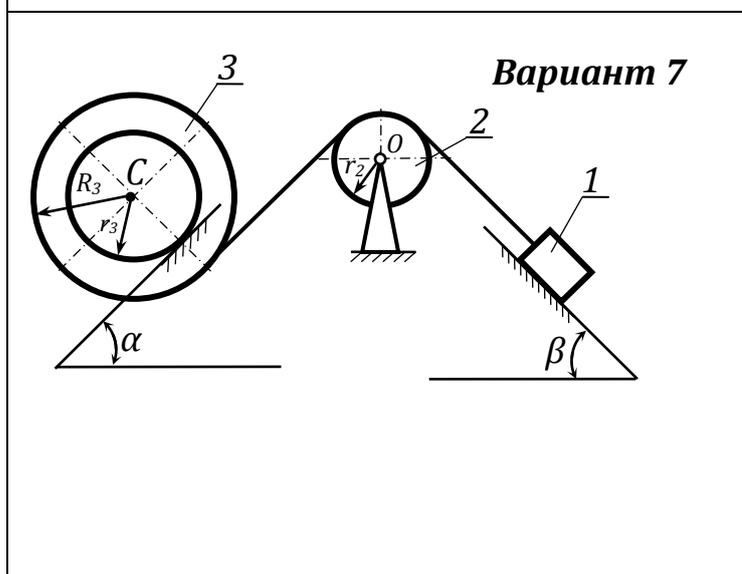
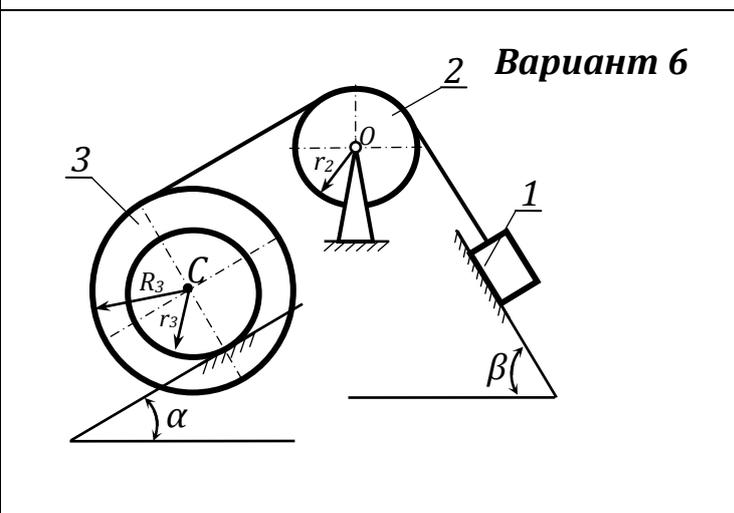
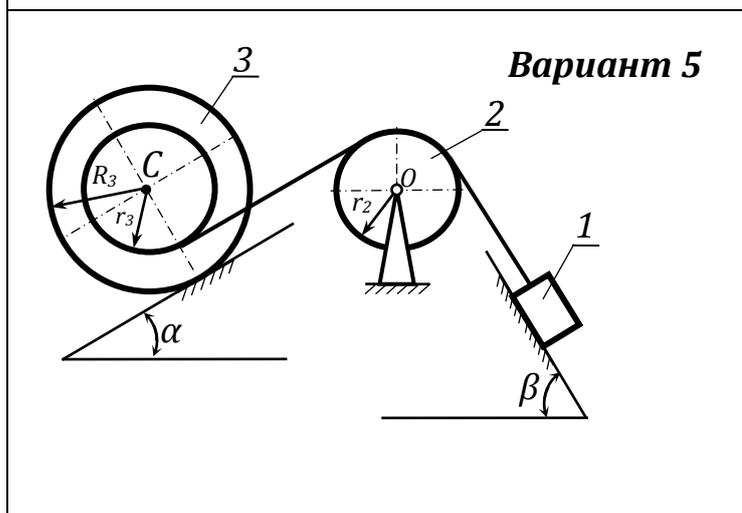
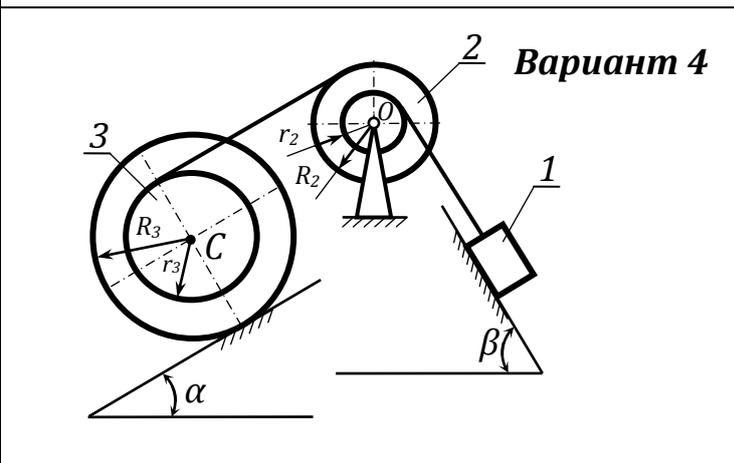
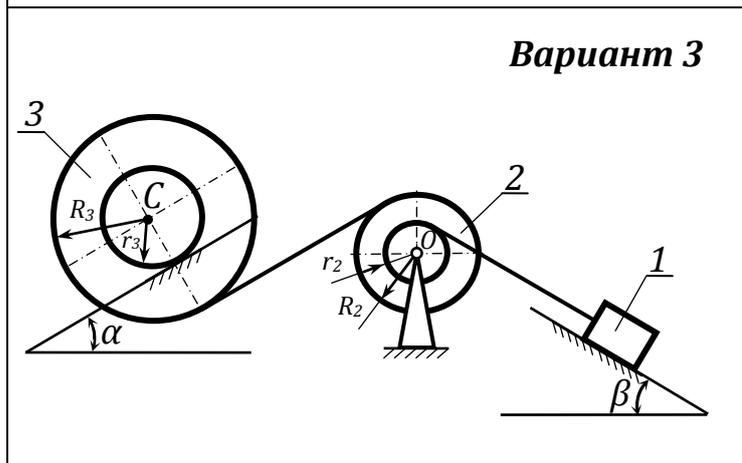
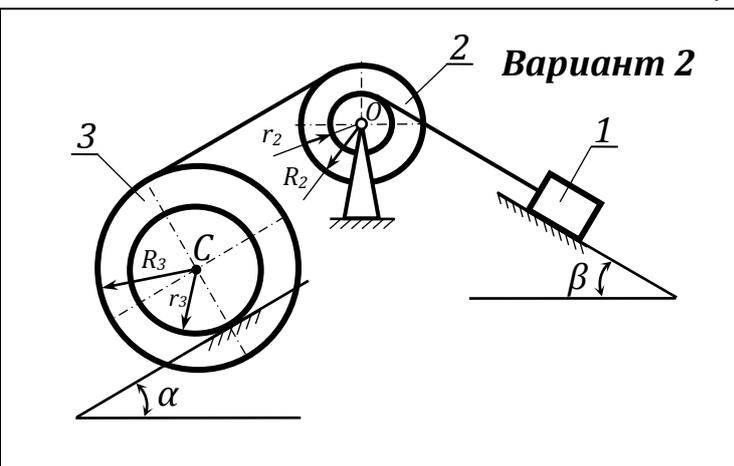
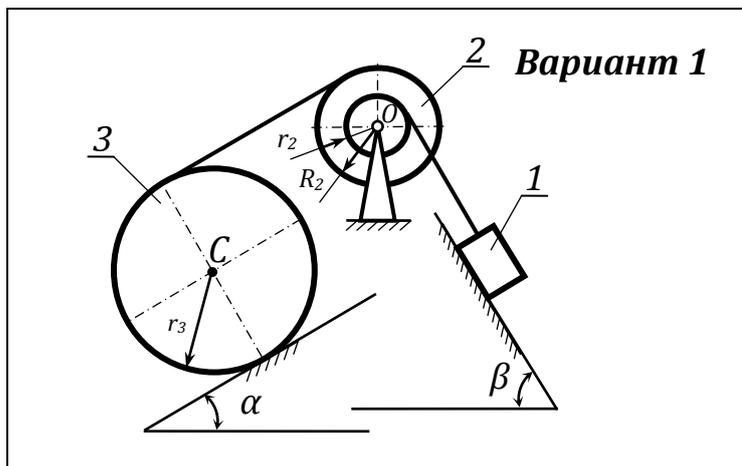
Груз 1 весом P_1 , прикреплённый к невесомой нерастяжимой нити, опускается вертикально вниз. Второй конец этой нити намотан на одну из ступеней двухступенчатого блока 2. Вес блока 2 равен P_2 . На вторую ступень того же блока и на одну из ступеней двухступенчатого катка 3 намотана другая невесомая нерастяжимая нить. Каток 3 весом P_3 катится без скольжения по двум параллельным рельсам. Блок 2 и каток 3 представляют собой двухступенчатые цилиндры с радиусами ступеней r_2, R_2 и r_3, R_3 соответственно. Центр тяжести блока 2 находится на его оси Oz_2 в точке O . Центр тяжести катка 3 находится на его оси Cz_3 в точке C , радиус инерции блока 2 относительно оси Oz_2 равен ρ_2 , радиус инерции катка 3 относительно оси Cz_3 равен ρ_3 .

Задачи № 29,30,31,32

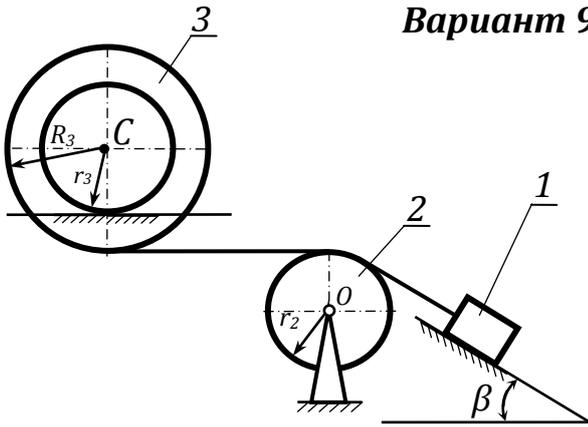
Груз 1 весом P_1 , привязанный к невесомой нерастяжимой нити, опускается вертикально вниз. Вторым концом нити намотан на одну из ступеней двухступенчатого блока 2. Вес блока 2 равен P_2 , центр его тяжести лежит в точке O на оси вращения Oz_2 . На другую ступень блока 2 и на одну из ступеней двухступенчатого катка 3 намотана другая невесомая нерастяжимая нить. Каток 3 весом P_3 катится без скольжения по двум параллельным рельсам, образующим с горизонтом угол α . Центр тяжести катка 3 лежит в точке C на его оси Cz_3 . Блок 2 и каток 3 представляют собой двухступенчатые цилиндры с радиусами ступеней r_2, R_2 и r_3, R_3 соответственно. Радиус инерции блока 2 относительно оси Oz_2 равен ρ_2 , радиус инерции катка 3 относительно оси Cz_3 равен ρ_3 (в задаче № 27 каток 3 считать однородным цилиндром радиуса r_3).

ПРИЛОЖЕНИЕ

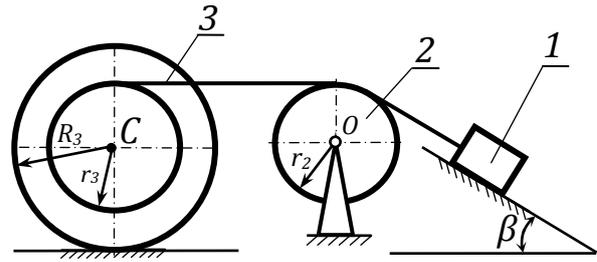
N_0	P_1	P_2	P_3	r_2	R_2	ρ_2	r_3	R_3	ρ_3	α°	β°
1	4P	0,5P	P	r	2r	$r\sqrt{3}$	3r	----	----	30	60
2	8P	P	P	r	5/3r	r	r	2r	$r\sqrt{3}$	30	30
3	3P	4P	2P	r/2	r	3/4r	r	3r	2r	30	30
4	4P	P	P	r	2r	$r\sqrt{3}$	2r	3r	$r\sqrt{7}$	30	60
5	2P	P	2P	----	----	----	r	4r	2r	30	60
6	2P	0,5P	0,5P	----	----	----	r	2r	$r\sqrt{2}$	30	60
7	4P	P	2P	----	----	----	r	3r	$r\sqrt{3}$	45	45
8	3P	P	2P	----	----	----	r	2r	$r\sqrt{2}$	30	60
9	2P	P	4P	----	----	----	r	3r	$r\sqrt{2}$	0	30
10	4P	0,5P	2P	----	----	----	r	4r	3r	0	30
11	3/4P	2P	6P	----	----	----	r	2r	$r\sqrt{2}$	0	60
12	10P	P	4P	----	----	----	2r	---	----	0	30
13	2P	2P	4P	r	2r	$r\sqrt{3}$	2r	5r	3r	0	30
14	6P	3P	6P	0,5r	1,5r	r	r	4r	$r\sqrt{2}$	0	60
15	6P	P	4P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	2r	$r\sqrt{3}$	0	60
16	P	0,5P	4P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	4r	$r\sqrt{7}$	0	30
17	2P	P	2P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	5r	4r	0	90
18	2P	P	3P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	2r	$r\sqrt{3}$	0	90
19	2P	P	4P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	3r	$r\sqrt{5}$	0	90
20	2P	2P	10P	r	2r	$r\sqrt{2}$	3r	5r	4r	0	90
21	P	P	10P	0,5r	1,5r	r	r	2r	$r\sqrt{3}$	0	90
22	P	0,5P	10P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	2r	$r\sqrt{3}$	0	90
23	P	P	10P	r	2r	$r\sqrt{2}$	r	2r	$r\sqrt{3}$	0	90
24	2P	3P	6P	r	2r	$r\sqrt{3}$	0,5r	1,5r	r	0	90
25	7P	2P	3P	r	1,5r	$r\sqrt{2}$	3r	-----	----	0	30
26	5P	0,5P	P	r	----	----	2r	3r	$r\sqrt{5}$	0	45
27	10P	2P	4P	0,5r	r	$r\sqrt{3}$	1,5r	2r	$r\sqrt{5}$	30	60
28	9P	P	2P	r	1,5r	$r\sqrt{3}$	2r	3r	$r\sqrt{7}$	0	60
29	5P	P	2P	2r	3r	$r\sqrt{2}$	4r	----	----	45	90
30	2P	0,5P	P	0,5r	r	$r\sqrt{2}$	r	1,5r	$r\sqrt{3}$	45	90
31	8P	P	2P	1,5r	2r	$r\sqrt{5}$	r	3r	$r\sqrt{7}$	30	90
32	3P	P	3P	r	2r	$r\sqrt{2}$	1,5r	3r	$r\sqrt{5}$	30	90



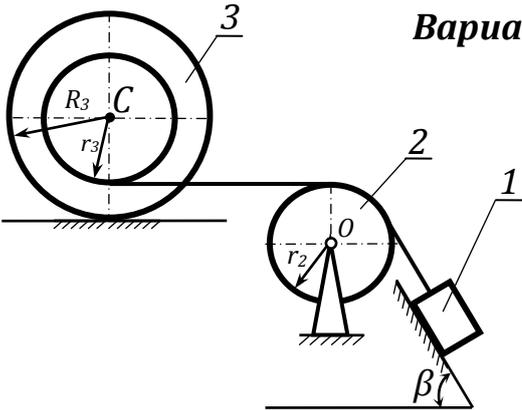
Вариант 9



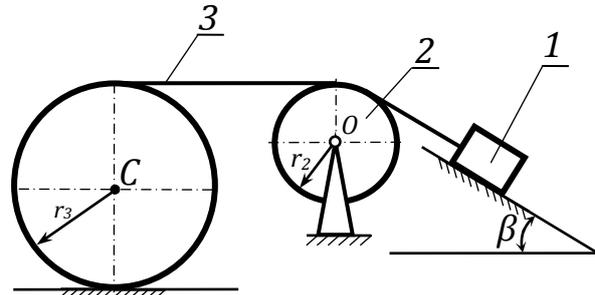
Вариант 10



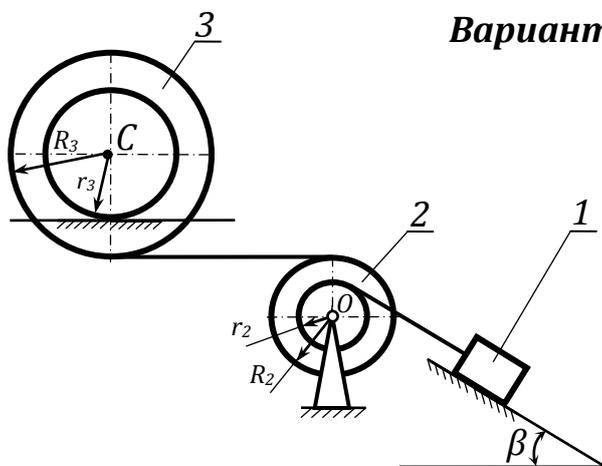
Вариант 11



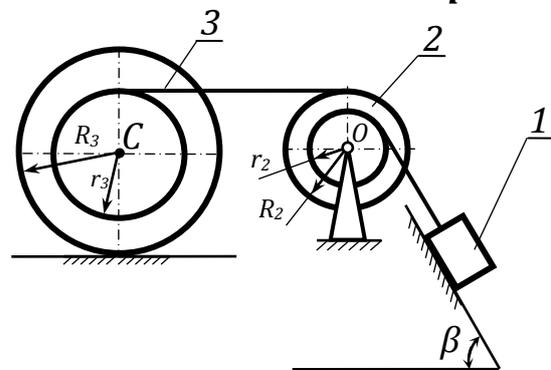
Вариант 12



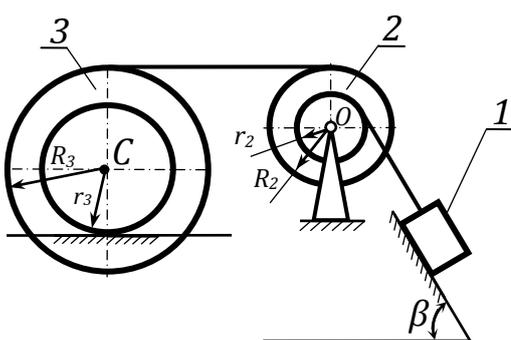
Вариант 13



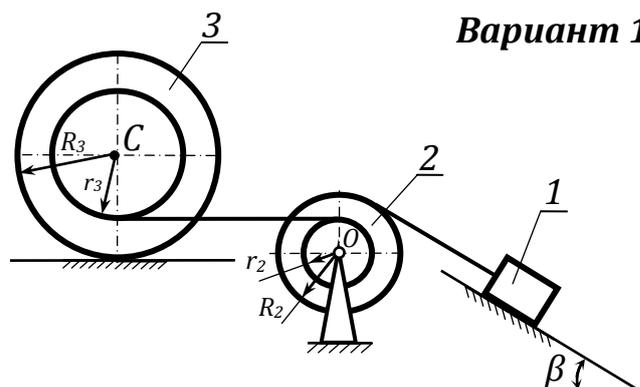
Вариант 14



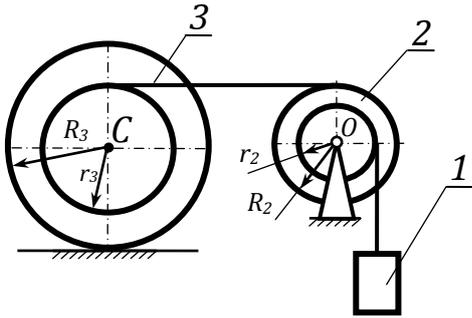
Вариант 15



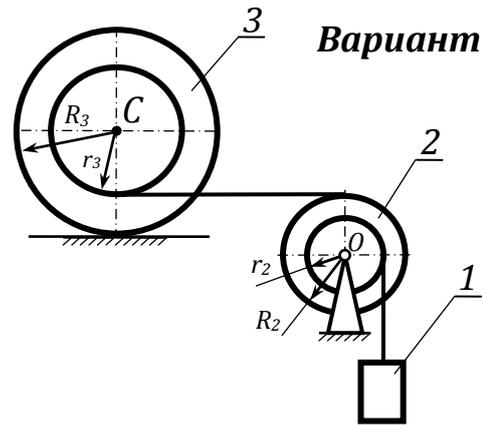
Вариант 16



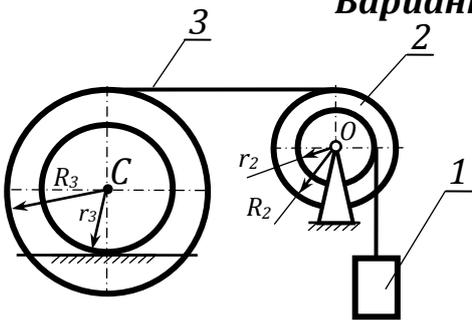
Вариант 17



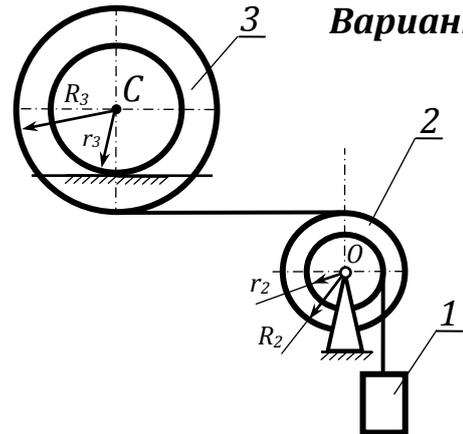
Вариант 18



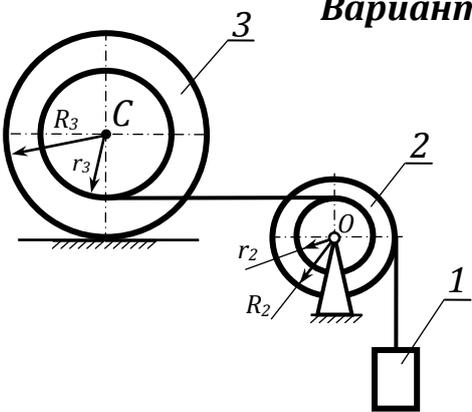
Вариант 19



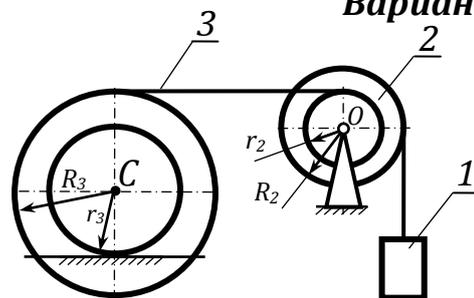
Вариант 20



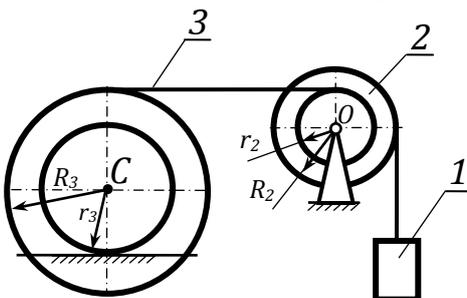
Вариант 21



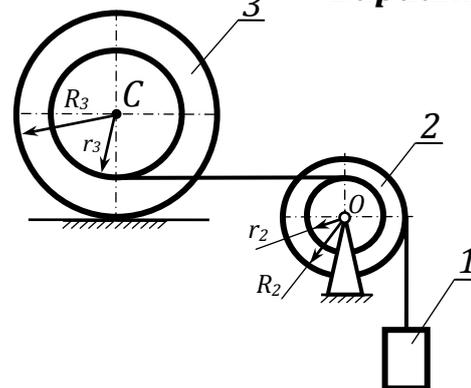
Вариант 22



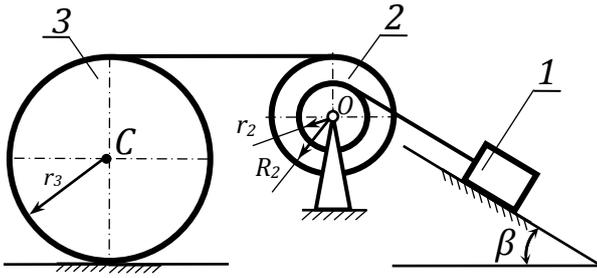
Вариант 23



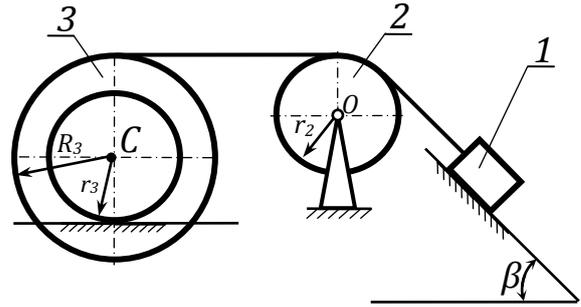
Вариант 24



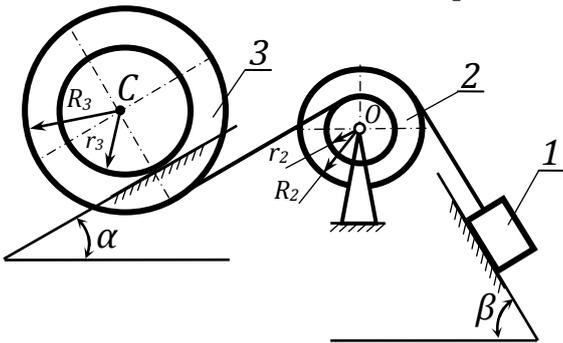
Вариант 25



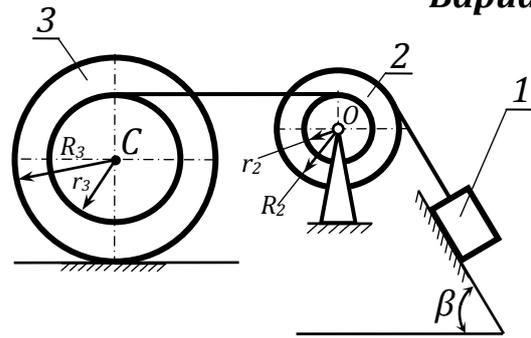
Вариант 26



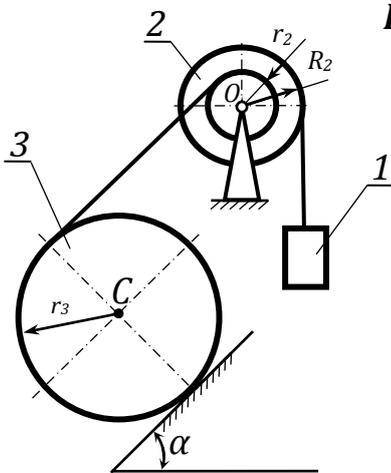
Вариант 27



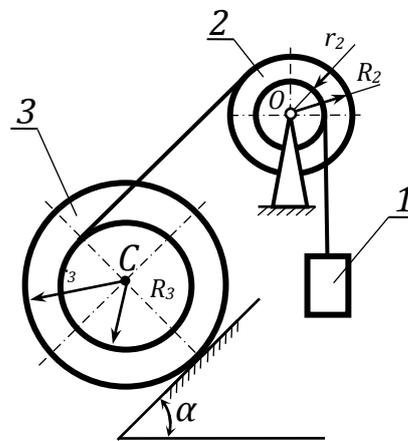
Вариант 28



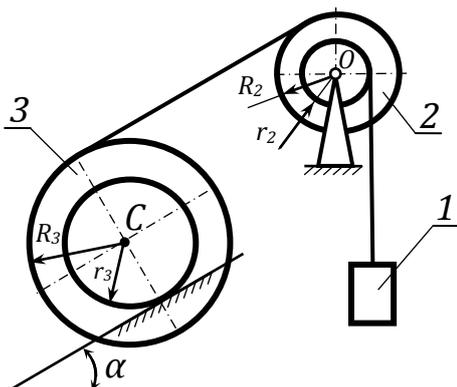
Вариант 29



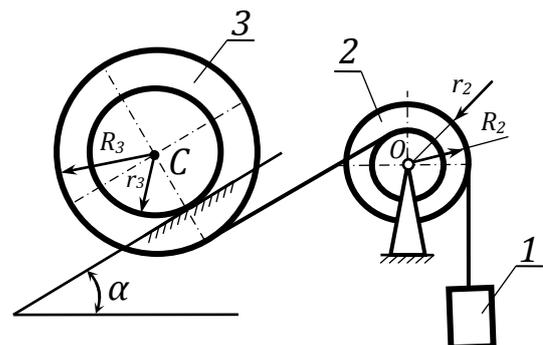
Вариант 30



Вариант 31



Вариант 32

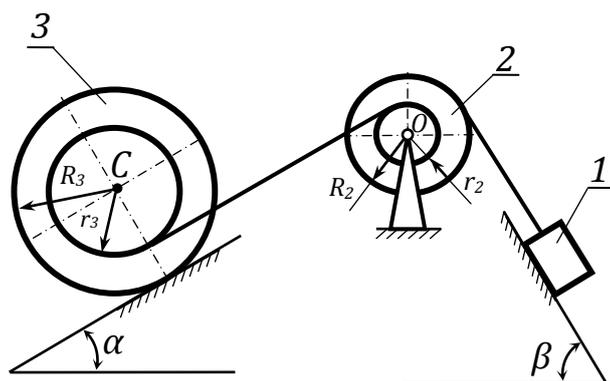


Типовой пример

Груз 1 весом P_1 , прикрепленный к невесомой нерастяжимой нити, опускается по гладкой плоскости, образующей угол β с горизонтом. Второй конец нити намотан на малую ступень двухступенчатого блока 2. Вес блока 2 равен P_2 , центр тяжести блока 2 лежит в точке O на его оси вращения Oz_2 . На большую ступень того же блока и на меньшую ступень катка 3 намотана другая невесомая и нерастяжимая нить. Двухступенчатый каток 3 весом P_3 катится без скольжения по двум параллельным рельсам, образующим угол α с горизонтом. Каток 3 имеет радиусы r_3, R_3 и радиус инерции ρ_3 и вес P_3 . Центр тяжести катка 3 находится в точке C его оси Cz_3 . Блок 2 представляет собой двухступенчатый цилиндр с радиусами ступеней R_2, r_2 . Радиус инерции блока 2 относительно оси Oz_2 равен ρ_2 .

В расчётах принять:

$P_1 = 4P$; $P_2 = P$; $P_3 = 2P$; $P = 20 \text{ Н}$; $r_2 = r$; $R_2 = 2r$; $\rho_2 = r\sqrt{2}$; $r_3 = r$; $R_3 = 3r$; $\rho_3 = r\sqrt{3}$; $r = 0,15 \text{ м}$; $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$.



Исследуется движение системы, состоящей из трёх твёрдых тел: груза 1, блока 2 и катка 3, соединённых невесомыми нерастяжимыми нитями. Система приводится в движение из состояния покоя. При этом груз 1 совершает прямолинейно поступательное движение, блок 2 – вращательное движение, а каток 3 – плоскопараллельное движение. Трением в оси блока и скольжением нитей по блоку и катку пренебречь. На основании общих теорем динамики определить:

- 1) ускорение груза 1;
- 2) натяжение нитей;
- 3) давление на ось блока;
- 4) силу трения между катком и рельсами;
- 5) кинематические уравнения движения катка 3

Решение

Кинематические соотношения.

Так как каток 3 катится без скольжения, то данная механическая система имеет одну степень свободы.

Груз 1 – прямолинейное поступательное движение.

Скорость груза 1 $v_1 = \dot{x}_1$

Ускорение груза 1 $a_1 = \ddot{x}_1$

Блок 2 – вращательное движение

Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{v_A}{R_2} = \frac{v_1}{R_2} = \frac{\dot{x}_1}{R_2}$

Угловое ускорение блока 2 $\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{a_1}{R_2} = \frac{\ddot{x}_1}{R_2}$

Каток 3 – плоское движение.

Скорость нити между блоком и катком $v_B = v_{\text{нити}} = \omega_2 r_2 = \frac{r_2}{R_2} v_1 = \frac{r_2}{R_2} \dot{x}_1$

Скорость точки D – точки схода нити с катка 3 – равна скорости нити $v_D = v_{\text{нити}}$

Так как каток катится без скольжения, точка K – МЦС катка 3, тогда угловая скорость катка 3

$$\omega_3 = \frac{v_B}{BK} = \frac{r_2}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \dot{x}_1; \text{ угловое ускорение катка 3 } \varepsilon_3 = \frac{r_2}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \ddot{x}_1$$

Скорость точки C – центра масс катка 3

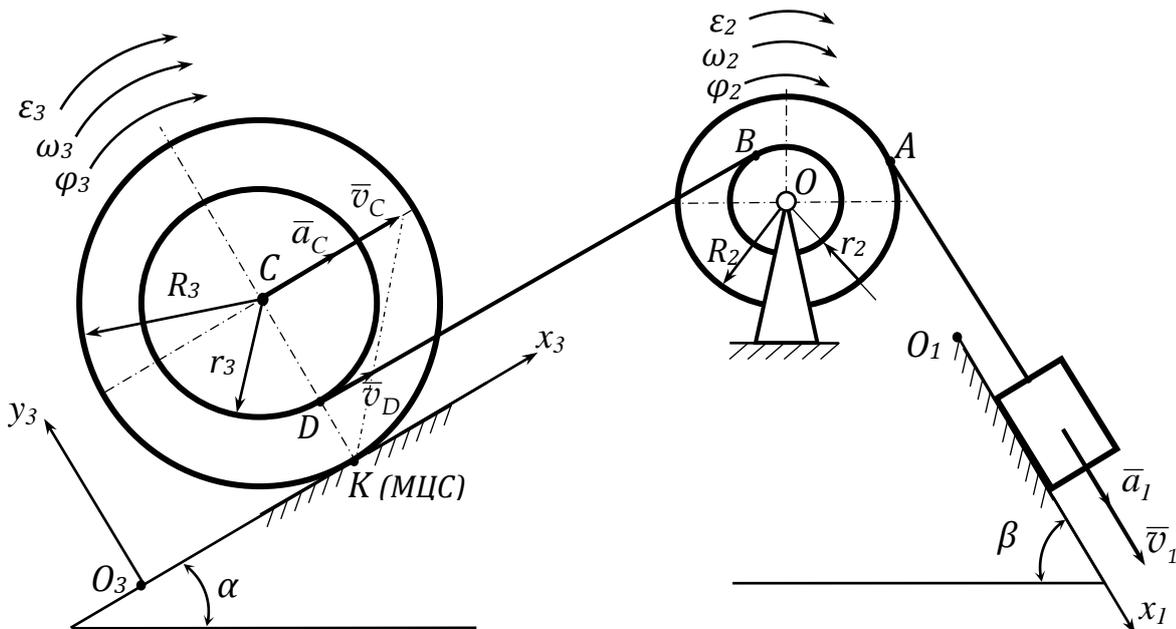
$$v_C = \omega_3 \cdot CK = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{r_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \dot{x}_1;$$

Ускорение точки C – центра масс катка 3

$$a_C = \frac{r_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \ddot{x}_1$$

Теорема об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальном виде

$$dT = \sum_k dA(\bar{F}_k^{(e)}) + \sum_k dA(\bar{F}_k^{(i)})$$



Кинетическая энергия механической системы $T = T_1 + T_2 + T_3$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{P_1}{g} \dot{x}_1^2 \quad \text{кинетическая энергия груза 1}$$

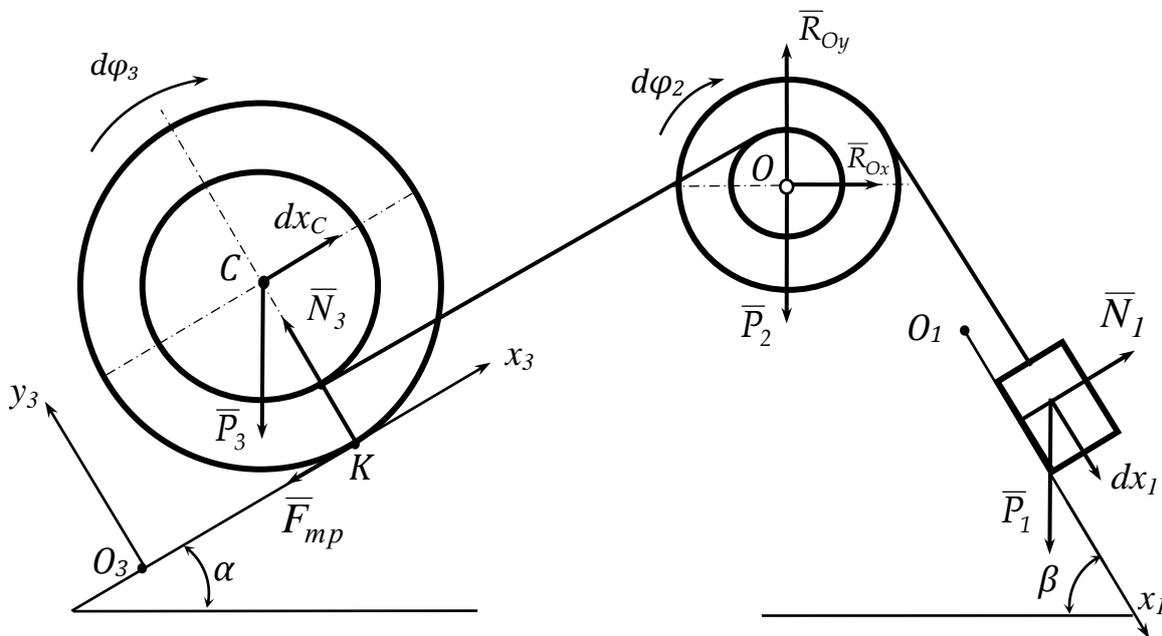
$$T_2 = \frac{1}{2} I_{Oz} \omega_2^2 \quad \text{кинетическая энергия блока 2; } I_{Oz} = m_2 \rho_2^2 = \frac{P_2}{g} \rho_2^2 \quad \text{момент инерции блока 2}$$

относительно оси вращения $O(z)$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_{Oz} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \rho_2^2 \left(\frac{\dot{x}_1}{R_2} \right)^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 v_C^2 + \frac{1}{2} I_{Cz} \omega_3^2 \quad \text{кинетическая энергия катка 3}$$

$$I_{Cz} = m_3 \rho_3^2 = \frac{P_3}{g} \rho_3^2 \quad \text{момент инерции катка 3 относительно оси } C(z)$$



$$T_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} \cdot \left(\frac{r_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \dot{x}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} \cdot \rho_3^2 \left(\frac{r_2}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \dot{x}_1 \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} \cdot (\rho_3^2 + R_3^2) \cdot \left(\frac{r_2}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \right)^2 \dot{x}_1^2$$

С учётом соотношения сил тяжести и радиусов кинетическая энергия механической системы будет иметь вид:

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{P_1}{g} \dot{x}_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4P}{g} \dot{x}_1^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \rho_2^2 \left(\frac{\dot{x}_1}{R_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \cdot 2r^2 \left(\frac{\dot{x}_1}{2r} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,5P}{g} \cdot \dot{x}_1^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} \cdot (\rho_3^2 + R_3^2) \cdot \left(\frac{r_2}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \right)^2 \dot{x}_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \cdot (3r^2 + 9r^2) \cdot \left(\frac{r}{2r \cdot (3r - r)} \right)^2 \cdot \dot{x}_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,5P}{g} \cdot \dot{x}_1^2$$

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{4P}{g} + \frac{0,5P}{g} + \frac{1,5P}{g} \right) \dot{x}_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{6P}{g} \dot{x}_1^2$$

Дифференциал кинетической энергии механической системы

$$dT = \frac{1}{2} \cdot \frac{6P}{g} \cdot 2\dot{x}_1 \cdot d\dot{x}_1 = \frac{6P}{g} \cdot \frac{dx_1}{dt} d\dot{x}_1 = \frac{6P}{g} \cdot \frac{d\dot{x}_1}{dt} dx_1 = \frac{6P}{g} \ddot{x}_1 \cdot dx_1$$

Элементарная работа внешних сил механической системы

$$\sum_k dA(\bar{F}_k^{(e)}) = P_1 \cdot \sin \beta \cdot dx_1 - P_3 \cdot \sin \alpha \cdot dx_C \quad \text{элементарная работа сил тяжести груза 1.}$$

так как $v_C = \dot{x}_C = \frac{dx_C}{dt} = \frac{r_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \dot{x}_1 = \frac{r \cdot 3r}{2r \cdot (3r - r)} \cdot \dot{x}_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{dx_1}{dt}$, то $dx_C = \frac{3}{4} dx_1$

$$\sum_k dA(\bar{F}_k^{(e)}) = P_1 \sin \beta \cdot dx_1 - P_3 \sin \alpha \cdot \frac{3}{4} dx_1$$

$$\sum_k dA(\bar{F}_k^{(e)}) = \left(4P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2P \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) g \cdot dx_1 = 2,714P \cdot dx_1$$

Элементарная работа внутренних сил механической системы $\sum_k dA(\bar{F}_k^{(i)}) = 0$

Получаем

$$\frac{6P}{g} \ddot{x}_1 \cdot dx_1 = 2,714P \cdot dx_1; \quad \ddot{x}_1 = \frac{2,714}{6} g = 0,452g = 4,43 \text{ м/с}^2$$

Ускорение груза 1 $a_1 = 4,43 \text{ м/с}^2$

Ускорение центра масс катка 3

$$a_C = \frac{r_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot (R_3 - r_3)} \cdot \ddot{x}_1 = \frac{r \cdot 3r}{2r \cdot (3r - r)} \cdot \ddot{x}_1 = \frac{3}{4} \ddot{x}_1 = 0,34g = 3,32 \text{ м/с}^2$$

Определим уравнения движения катка 3

$$\ddot{x}_C = \frac{d\dot{x}_C}{dt} = 0,34g; \quad d\dot{x}_C = 0,34g dt \quad \text{интегрируем}$$

$$\int d\dot{x}_C = 0,34g \int dt \quad \text{и получаем} \quad \dot{x}_C = 0,34gt + c_1$$

начальные условия: $t = 0 \quad \dot{x}_C = 0$ отсюда $c_1 = 0$

$$\dot{x}_C = 0,34gt = \frac{dx_C}{dt}; \quad dx_C = 0,34gt \cdot dt \quad \text{интегрируем}$$

$$\int dx_C = 0,34g \int t dt \quad \text{и получаем} \quad x_C = 0,34g \frac{t^2}{2} + c_2$$

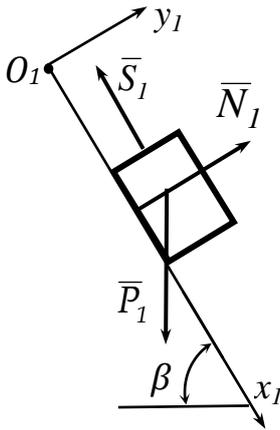
начальные условия: $t = 0 \quad x_C = 0$ отсюда $c_2 = 0$

$$x_C = 0,34g \frac{t^2}{2} = 0,17gt^2 = 1,66t^2 \quad (\text{м});$$

Так как $\omega_3 = \frac{v_C}{CK} = \frac{\dot{x}_C}{R_3}$, то $\varphi_3 = \frac{x_C}{R_3} = \frac{1,66}{0,45} t^2 = 3,69t^2 \quad (\text{рад})$

Расчленим механическую систему

Рассмотрим поступательное движение груза 1



Векторное уравнение поступательного движения груза 1

$$m_1 \bar{a}_1 = \bar{P}_1 + \bar{N}_1 + \bar{S}_1$$

Дифференциальное уравнение поступательного движения груза 1

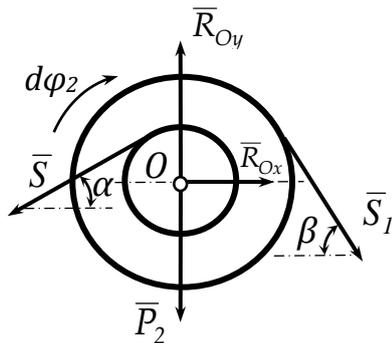
$$m_1 \ddot{x}_1 = \sum_k F_{kx_1}^{(e)} = P_1 \sin \beta - S_1$$

$$\frac{P_1}{g} \ddot{x}_1 = P_1 \sin \beta - S_1;$$

Определим S_1 – натяжение нити между грузом 1 и блоком 2

$$S_1 = P_1 \sin \beta - \frac{P_1}{g} \ddot{x}_1 = 4P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{4P}{g} \cdot 0,45g = 1,66P = 33,15 \text{ (H)}$$

Рассмотрим вращательное движение блока 2



Дифференциальное уравнение вращательного движения блока 2

$$I_{Oz} \frac{d\omega_2}{dt} = \sum_k M_{Oz}(\bar{F}_k^{(e)}) = S_1 \cdot R_2 - S \cdot r_2$$

$$I_{Oz} = m_2 \rho_2^2 = \frac{P_2 \rho_2^2}{g}; \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2 = \frac{\ddot{x}_1}{R_2}$$

$$\frac{P_2}{g} \rho_2^2 \cdot \frac{\ddot{x}_1}{R_2} = S_1 R_2 - S r_2; \quad \frac{P}{g} \cdot 2r^2 \cdot \frac{\ddot{x}_1}{2r} = S_1 \cdot 2r - S \cdot r;$$

Определим S – натяжение нити между блоком 2 и катком 3

$$S = 2S_1 - \frac{P}{g} \cdot \ddot{x}_1 = 3,32P - \frac{P}{g} \cdot 0,45g = 2,87P = 57,37 \text{ H}$$

Определим реакцию оси блока (давление на ось блока)

Теорема о движении центра масс для блока 2

$$m_2 \bar{a}_O = \sum_k \bar{F}_k^{(e)} = \bar{P}_2 + \bar{S} + \bar{S}_1 + \bar{R}_{Ox} + \bar{R}_{Oy} = 0 \quad \text{так как } \bar{a}_O = 0$$

В проекции на ось x : $R_{Ox} + S_1 \cos \beta - S \cdot \cos \alpha = 0;$

$$R_{Ox} = S \cdot \cos \alpha - S_1 \cos \beta = 57,37 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 33,15 \cdot \frac{1}{2} = 33,11 \text{ H}$$

В проекции на ось y

$$R_{Oy} - P_2 - S_1 \sin \beta - S \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$R_{Oy} = P_2 + S_1 \sin \beta + S \cdot \sin \alpha = 20 + 33,15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 57,37 \cdot \frac{1}{2} = 77,59 \text{ Н}$$

$$R_O = \sqrt{R_{Ox}^2 + R_{Oy}^2} = 84,18 \text{ Н}$$

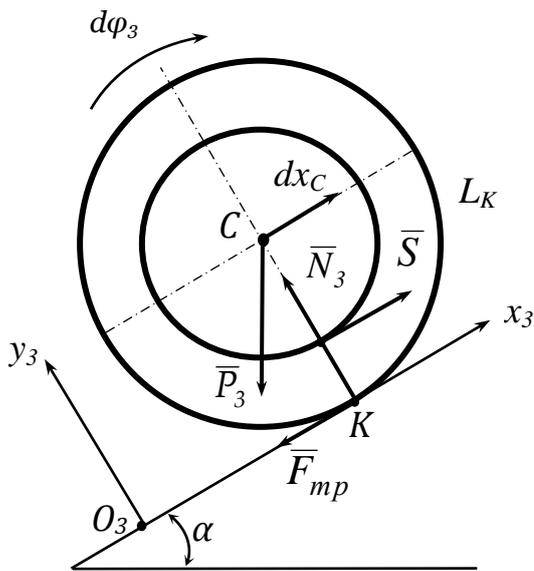
Рассмотрим плоское движение катка 3

Дифференциальные уравнения плоского движения катка 3

$$m_3 \ddot{x}_C = \sum_k F_{kx}^{(e)} = S - P_3 \sin \alpha - F_{mp}$$

$$F_{mp} = S - P_3 \sin \alpha - \frac{P_3}{g} \ddot{x}_C;$$

$$F_{mp} = 2,87P - 2P \cdot \frac{1}{2} - \frac{2P}{g} \cdot 0,34g = 1,19P = 23,8 \text{ Н}$$



$$m_3 \ddot{y}_C = \sum_k F_{ky}^{(e)} = N_3 - P_3 \cos \alpha = 0,$$

так как $y_C = R_3 = \text{const}$, то $N = P_3 \cos \alpha$;

$$I_{Cz} \varepsilon_3 = \sum_k M_{Cz}(\bar{F}_k^{(e)}) = S \cdot R_3 - F_{mp} \cdot r_3$$

Момент инерции катка относительно оси C(z)

$$I_{Cz} = m_3 \rho_3^2;$$

$$\text{Угловое ускорение катка 3 } \varepsilon_3 = \frac{\ddot{x}_C}{R_3}$$

Получаем:

$$\frac{P_3}{g} \rho_3^2 \frac{\ddot{x}_C}{R_3} = F_{mp} \cdot R_3 - S \cdot r_3; \quad \frac{2P}{g} \cdot \ddot{x}_C = 3F_{mp} - S$$

$$\frac{2P}{g} \cdot \ddot{x}_C = \frac{2P}{g} \cdot 0,34g = 0,68P$$

$$3F_{mp} - S - \frac{f_K}{r} P_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,57P - 2,87P - \frac{0,01r}{r} \cdot \sqrt{3}P = 0,68P$$

Определим минимальный коэффициент трения, при котором каток 3 катится без скольжения

$F_{mp} = F_{\max}$ при минимальном коэффициенте трения

$$F_{mp} = F_{\max} = f_{\min} \cdot N_3 \text{ отсюда } f_{\min} = \frac{F_{mp}}{P_3 \cdot \cos \alpha} = \frac{1,19P}{P\sqrt{3}} = 0,69$$

Ответ:

Ускорение груза 1 $a_1 = 4,43 \text{ м/с}^2$

натяжение нити между грузом 1 и блоком 2 $S_1 = 33,15 \text{ Н}$

натяжение нити между блоком 2 и катком 3 $S = 57,37 \text{ Н}$

давление на ось блока 2 $R_O = 84,18 \text{ Н}$

Сила трения $F_{mp} = 23,8 \text{ Н}$