

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»**  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

УТВЕЖДАЮ  
Первый проректор –  
проректор по учебной работе  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

Б.В. Чалалкин

« \_\_\_\_\_ » 2021 г.



## **ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ**

по направлению подготовки  
**01.04.04 Прикладная математика**

Факультет  
**Фундаментальные науки (ФН)**

Кафедра  
**Прикладная математика (ФН-2)**

Москва, 2021 г.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К вступительным испытаниям в магистратуру допускаются лица, имеющие документ государственного образца о высшем образовании любого уровня (диплом бакалавра, магистра или специалиста).

Лица, предъявившие диплом магистра, могут быть зачислены только на договорной основе.

Прием осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

Программа вступительных испытаний в магистратуру по направлению подготовки **01.04.04 Прикладная математика** составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавра по направлению **01.03.04 Прикладная математика** и охватывает базовые дисциплины подготовки бакалавров по названному направлению.

Программа содержит описание формы вступительных испытаний, перечень вопросов для вступительных испытаний и список литературы, рекомендуемой для подготовки.

## 2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания призваны определить степень готовности поступающего к освоению основной образовательной программы магистратуры по направлению **01.04.04 Прикладная математика**

## 3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания проводятся в письменной форме в соответствии с установленным приемной комиссией МГТУ расписанием.

Поступающему предлагается ответить письменно на 10 вопросов и задач билета, расположенных в порядке возрастания трудности и охватывающих содержание разделов и тем программы соответствующих вступительных испытаний.

На ответы по вопросам и задачам билета отводится **210 минут**.

Результаты испытаний оцениваются по **стобальной** шкале.

Результаты испытаний оглашаются не позднее чем через три рабочих дня.

## 4. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Письменное испытание проводится по программе, базирующейся на основной образовательной программе бакалавриата по направлению **01.03.04 Прикладная математика**

### Перечень разделов и тем, включенных в письменное испытание

*ДИСЦИПЛИНА. Дифференциальные уравнения*

#### Введение

1. Основные понятия математического анализа: пределы и их вычисление; дифференцируемые функции и их свойства; многочлен Тейлора и теорема Тейлора; исследование функций и построение их графиков.

2. Основные понятия линейной алгебры: линейное пространство; базис; линейный оператор и его матрица; преобразование матрицы линейного оператора и приведение к диагональному виду. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.



3. Основные свойства интеграла. Неопределенный и определенный интегралы. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их вычисление.

4. Основные свойства числовых рядов: частичные суммы, сходимость, признаки сходимости. Степенные ряды, область их сходимости. Приемы разложения функций в степенной ряд.

### **Обыкновенные дифференциальные уравнения**

5. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение и уравнение Бернулли. Однородное уравнение.

6. Обыкновенные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения. Методы понижения порядка.

7. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения. Первые интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений и методы их нахождения.

8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения. Методы построения частного решения (метод вариации и метод подбора частного решения при правой части специального вида).

9. Системы линейных дифференциальных уравнений. Понятие фундаментальной системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения такой системы. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Общее решение такой системы.

10. Устойчивость по Ляпунову решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследование на устойчивость положений равновесия (метод функций Ляпунова и метод линейного приближения). Критерий Рауса — Гурвица. Классификация положений равновесия двумерных линейных систем.

### **Дифференциальные уравнения математической физики**

11. Постановки задач математической физики. Виды краевых условий. Понятие о корректной задаче математической физики.

12. Линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Квадратичная форма дифференциального уравнения. Классификация линейных дифференциальных уравнений. Приведение квазилинейного дифференциального уравнения от двух переменных к каноническому виду. Уравнение характеристик. Уравнение характеристик в дифференциалах для уравнений от двух переменных.

13. Понятие гильбертова пространства, ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортогональной системе, Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Минимальное свойство ряда Фурье. Примеры ортогональных систем.

14. Понятие тригонометрического ряда. Тригонометрический ряд как ряд по ортогональной системе. Условия сходимости тригонометрического ряда.

15. Метод Фурье разделения переменных в задачах математической физики. Задачи на собственные функции. Задача Штурма — Лиувилля.

16. Решение краевых задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности на отрезке. Решение задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в прямоугольнике.

17. Понятие разностной схемы. Методы конструирования разностных схем. Сходимость, устойчивость и порядок аппроксимации разностной схемы. Приемы реализации граничных условий. Анализ погрешности аппроксимации разностных схем, их устойчивость и сходимость.



18. Явные и неявные разностные схемы. Типовые разностные схемы для решения простейших задач математической физики (для уравнений теплопроводности, колебаний, уравнения Пуассона).

### Основная учебная литература

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Учеб. для вузов. В 3 т. – 6-е изд., стереотип. М.: Дрофа, 2004. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление. – 512 с.
2. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 4-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 352 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. VIII).
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 176 с.
4. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 368 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XII).
5. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближенные методы математической физики: Учеб. для вузов. – 2-е изд., стереотип. / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 704 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XIII).

### Дополнительная учебная литература

1. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник. Изд. 2-е, испр. – М.: КомКнига, 2007. – 240 с.
2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
3. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для ун-тов. – 4-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – 686 с.
4. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 592 с.
5. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.

### Пример билета письменных вступительных испытаний

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} x^2 + \sin 3x}$ . (8 баллов)
2. Исследуйте функцию  $y = 2x + 6 - 3\sqrt[3]{(x+3)^2}$  и постройте ее график. (8 баллов)
3. Найдите собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного своей матрицей  $\begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 21 & -4 \end{pmatrix}$ . (8 баллов)
4. Решите уравнение:  $y'' + y = \cos x$ .
5. Вычислите интеграл  $\int_V (x+1) dx dy dz$ , где  $V$  — тело, ограниченное поверхностями  $2x + 3y + z = 1$ ;  $x = 0$ ;  $y = 1$ ;  $z = 0$ . (8 баллов)
6. Для функции  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  запишите степенной ряд по степеням  $x$ , укажите область сходимости этого ряда. (8 баллов)

7. Сформулируйте определение решения устойчивого по Ляпунову. Для системы  $\dot{x} = x(1-x) - 2xy$ ,  $\dot{y} = 3y(1-y) - xy$  найдите все положения равновесия и исследуйте их на устойчивость. (12 баллов)

8. Дайте определение линейного и квазилинейного дифференциального уравнения 2-го порядка, запишите типы этих уравнений. Определите тип дифференциального уравнения  $u_{xx} - 2xu_{xy} + x^2u_{yy} - u_y = 0$ , приведите его к каноническому виду. (12 баллов)


9. Сформулируйте задачу Штурма — Лиувилля на отрезке  $[0, l]$ . Решите следующую краевую задачу:  $\Delta u = 0$ ,  $0 < x < 1$ ,  $0 < y < 2$ ;  $u|_{x=0} = \cos \frac{\pi y}{4}$ ,  $u|_{x=1} = \cos \frac{3\pi y}{4}$ ,  $u'_y|_{y=0} = \sin \pi x$ ,  $u|_{y=2} = \sin 3\pi x$ . (12 баллов)

10. Дайте определение сходимости разностной схемы. Исследуйте на устойчивость разностную схему  $u_i^{j+1} - u_i^j = \frac{\tau}{4h^2}(u_{i-1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i+1}^{j+1}) + \frac{3\tau}{4h^2}(u_{i-1}^j - 2u_i^j + u_{i+1}^j)$  для одномерного уравнения теплопроводности  $u_t = u_{xx}$ , построенную по равномерной сетке с шагами  $\tau$  и  $h$ . (16 баллов)

**Автор(ы) программы:**

Шишкина С.И., к.т.н.

Котович А.В., к.т.н., доцент



Декан факультета ФН

Заведующий кафедрой ФН2

Начальник отдела магистратуры



В.О. Гладышев

Г.Н. Кувыркин

Б.П. Назаренко