Многообразия триангуляций и многомерные косы (по совместной работе с И.М. Никоновым)

Мантуров Василий Олегович

Аннотация

Динамика движения точек на двумерной поверхности естественным образом описывается группой кос — фундаментальной группой конфигурационного пространства.

В докладе для каждого риманова многообразия M^n произвольной размерности для произвольного достаточно большого числа N мы строим многообразие триангуляций — открытое многообразие размерности Nn, получаемое удалением из конфигурационного пространства N точек в M^n некоторого подмножества коразмерности 2.

Многообразие триангуляций можно также определить для любого класса многообразий (топологического, гладкого и т.д). Его фундаментальная группа, которую мы называем *группой кос многообразия* по построению является инвариантом данного многообразия M.

В докладе строятся "универсальные" группы Γ_N^k, отвечающие движению N точек в $(k-2)$-мерном пространстве. Имеется каноническое отображение любой из групп кос (топологических, гладких и т.д.) в группу Γ_N^k. Образ этого отображения также представляет класс инвариантности.

Образующие в группах Γ_N^k отвечают моментом перестройки триангуляции Делоне, соотношения — вырождениям коразмерности два.

Содержательный пример доставляют уже группы Γ_N^4, в которые отображаются группы обычных кос для двумерных поверхностях. (Бесконечномерные) представления групп Γ_N^4 связаны с соотношениями Птолемея, тождеством пентагона, кластерными алгебрами и многими другими центральными понятиями современной науки.

В конце доклада приводится большое количество нерешенных задач.