Численные методы и методы оптимизации

Численные методы решения дифференциальных уравнений

(6 семестр ПС 4)

Задача 1.

Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[x_0, b]$. Начальный шаг h=$\frac{b-x_0}{10}$.

Решить указанную задачу Коши следующими методами:

1) Метод Эйлера.
2) Метод Рунге-Кутта четвёртого порядка.
3) Метод Адамса.

№ варианта	ДУ	
1	$\begin{cases} y' = y + e^x, \\ y(0) = -1. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
2	$\begin{cases} y' = y + e^y, \\ y(-1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 0]$
3	$\begin{cases} y' = x^3 + y, \\ y(1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
4	$\begin{cases} y' = e^{\frac{y}{x}}, \\ y(1) = ln2 \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
5	$\begin{cases} y' = x^3 + y, \\ y(1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
6	$\begin{cases} y' = x - y^3, \\ y(0) = -1. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
7	$\begin{cases} y' = -\sqrt{y} - 2x, \\ y(-1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 0]$

8	$\begin{cases} y' = x - 2\sqrt{y}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
9	$\begin{cases} y' = lny - lnx, \\ y(1) = e. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
10	$\begin{cases} y' = (2x - y)^3, \\ y(-1) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 0]$
11	$\begin{cases} y' = y - \frac{x}{4}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
12	$\begin{cases} y' = -\ln(y - x), \\ y(0) = e. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
13	$\begin{cases} y' = y - 3x, \\ y(0) = 0. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
14	$\begin{cases} y' = y + \frac{x}{2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 1/2]$
15	$\begin{cases} y' = y - 2x, \\ y(-1) = -1. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 0]$
16	$\begin{cases} y' = \cos(y - x), \\ y(1) = 1. \end{cases}$	$x\epsilon[1, 2]$
17	$\begin{cases} y' = \sqrt{y - x^2}, \\ y(-1) = 1. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 1]$
18	$\begin{cases} y' = \ln(y + x), \\ y(-1) = 2 + e. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 1]$
19	$\begin{cases} y' = \sin(y + x), \\ y(0) = \pi/2. \end{cases}$	$x\epsilon[0, 1]$
20	$\begin{cases} y' = \ln y + x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$	$x\epsilon[-1, 1]$

Задача 2. Решение краевой задачи.

Решить ДУ 2-го порядка с указанными граничными условиями.

№ варианта	Уравнение	Краевые условия
1	$x^2y''-xy'=3x^3$	$y(1)=2,\ y(2)=9$
2	$x^2y''+xy'-y=x^2$	$y(1)=4/3,\ y(3)=3$
3	$y''+xy'+y=2x$	$y(0)=1,\ y(1)=0$
4	$y''+y\ chx=0$	$y(0)=0,\ y(2)=1$
5	$y''-xy'=x^3$	$y(1)=0,\ y(2)=3$
6	$x^2y''+xy'+y=x^2$	$y(1)=2,\ y(3)=3$
7	$y''+xy'+y=x$	$y(0)=1,\ y(1)=2$
8	$y''+y\ shx=0$	$y(0)=0,\ y(2)=1$
9	$y''-xy'=-3x^3$	$y(1)=2,\ y(2)=-2$
10	$x^2y''+y'-y=x^2$	$y(1)=1/3,\ y(3)=3$
11	$y''+xy'+y=-x$	$y(0)=1,\ y(1)=0$
12	$y''-y\ chx=x$	$y(0)=1,\ y(2)=2$
13	$y''+x^2y'=x$	$y(0)=0,\ y(2)=3$
14	$xy''+y'+y=sinx$	$y(0)=0,\ y(2)=1$
15	$y''+xy'-y=x$	$y(0)=1,\ y(1)=2$
16	$y''-y\ shx=0$	$y(0)=0,\ y(2)=e$
17	$y''+x^2y'=-x$	$y(0)=0,\ y(2)=3$
18	$xy''+y'=cosx$	$y(0)=0,\ y(2)=1$
19	$y''+xy'-y=e^x$	$y(0)=1,\ y(1)=e$
20	$y''+y\ shx=0$	$y(0)=0,\ y(2)=e$